



WEIHENSTEPHAN · TRIESDORF
University of Applied Sciences

Grundlagen der Statistik

Hochschule Weihenstephan-Triesdorf
Fakultät Bioingenieurwissenschaften

Prof. Dr. Manuel Dehnert

Sommersemester 2026

Version 0.1

Literatur & Referenzen, Orga.

0.1. Literatur & Referenzen	1
0.2. Organisatorisches	4

Kapitel 1: Einführung und Grundlagen

1.1. Motivation	7
1.2. Missbrauch der Statistik	9
1.3. Grundbegriffe	14
1.4. Merkmale und ihre Klassifikation	19

Kapitel 2: Univariate deskriptive Statistik

2.1. Einführung und Grundbegriffe	30
2.2. Häufigkeiten	33
2.3. Grafische Darstellungen	35
2.4. Charakteristika von Verteilungen	54
2.5. Kumulierte Häufigkeiten	59
2.6. Lagemaße	66
2.7. Streuungsmaße	92

Kapitel 3: Bivariate deskriptive Statistik

3.1. Einführung und Grundbegriffe	120
3.2. Kontingenztafeln	126
3.3. Bedingte relative Häufigkeiten	133
3.4. Maßzahlen für den Zusammenhang (1)	136
3.5. Visualisierungen von Kontingenztafeln	144
3.6. Maßzahlen für den Zusammenhang (2)	154
3.7. Regressionsrechnung	207

Kapitel 4: Wahrscheinlichkeitsrechnung

4.1. Einführung und Grundbegriffe	247
4.2. Zufallsexperimente	249
4.3. Wahrscheinlichkeit	256
4.4. Stochastische Unabhängigkeit	264
4.5. Rel. Häufigkeit u. Wahrscheinlichkeit	267

Kapitel 5: Diskrete Zufallsvariablen und Verteilungen

5.1. Einführung und Grundbegriffe	274
5.2. Diskrete Zufallsvariablen	279
5.3. Bernoulli-Verteilung	291
5.4. Diskrete Gleichverteilung	297
5.5. Geometrische Verteilung	300
5.6. Maßzahlen diskreter Verteilungen	309
5.7. Binomialverteilung	322
5.8. Poisson-Verteilung	333

Kapitel 6: Stetige Zufallsvariablen und Verteilungen

6.1. Einführung und Grundbegriffe	344
6.2. Stetige Zufallsvariablen	345
6.3. Verteilungsfunktion	351
6.4. Stetige Gleichverteilung	357
6.5. Exponentialverteilung	361
6.6. Maßzahlen stetiger Verteilungen	367
6.7. Normalverteilung	378
6.8. Chi-Quadrat-Verteilung	417
6.9. t -Verteilung	419

Kapitel 7: Schätzverfahren

7.1. Einführung und Grundbegriffe	425
7.2. Zufallsstichproben	432
7.3. Schätzen	436
7.4. Punktschätzungen	437
7.5. Schätzfunktionen und -werte	438
7.6. Güte einer Schätzung	440
7.7. Intervallschätzungen	445

Kapitel 8: Hypothesentests

8.1. Einführung und Grundbegriffe	460
8.2. Hypothesentests	465
8.3. Gauß-Test	493
8.4. Fehlerarten	495
8.5. t -Test	506
8.6. Formaler Ablauf stat. Tests	508
8.7. p -Wert	526
8.8. Auswahl eines Tests	539

Bourier, Günther (2013). *Beschreibende Statistik*. 11. Aufl. Wiesbaden: Springer Gabler.

Bourier, Günther (2014). *Beschreibende Statistik*. 12., überarb. und aktualisierte Aufl. Wiesbaden: Springer Gabler.

Fahrmeir, Ludwig u. a. (2016). *Statistik*. 8. Aufl. Berlin: Springer Berlin und Springer Spektrum.

Hartung, Joachim u. a. (2009). *Statistik*. 15. Aufl. München: Oldenbourg.

- Hedderich, Jürgen u. a. (2015). *Angewandte Statistik*. 15. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer Spektrum.
- Mittag, Hans-Joachim (2016). *Statistik*. 4. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer Spektrum.
- Oestreich, Markus u. a. (2014). *Keine Panik vor Statistik!* 5. Aufl. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Schlittgen, Rainer (2012). *Einführung in die Statistik*. 12. Aufl. München: Oldenbourg.
- Toutenburg, Helge (2009). *Arbeitsbuch zur deskriptiven und induktiven Statistik*. 2. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer.

Weiß, Christel (2013). *Basiswissen medizinische Statistik*.
6. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer.

- ▶ Vorlesung
 - ▶ Vermittlung theoretischer Grundlagen
- ▶ Übung (Gruppen)
 - ▶ Besprechung der Lösungen von Übungsaufgaben
 - ▶ Datenanalyse in R



- ▶ Unterlagen zu Vorlesung und Übung via Lernplattform Moodle



1. Einführung und Grundlagen

- ▶ Wie haben sich die Verkaufszahlen in den letzten 6 Monaten entwickelt?
- ▶ Welche Unsicherheit hat die Messung eines Parameters in einem biochemischen Prozess?
- ▶ Ist die Füllmenge je Behältnis geringer als die Sollmenge?
- ▶ Schmecken Bier A und Bier B unterschiedlich?

- ▶ Grundaufgaben der Datenanalyse sind:
 - ▶ Beschreiben (Deskription)
 - ▶ Suchen (Exploration)
 - ▶ Schließen (Induktion)
- ▶ Jeder dieser Aufgaben entspricht ein Teilgebiet der Statistik. Deskription und Exploration werden auch häufig zusammengefasst.

- ▶ *„Mit Statistiken kann man alles beweisen, auch das Gegenteil davon.“*
(J. Callaghan)
- ▶ *„Traue keiner Statistik, die du nicht selbst gefälscht hast.“*
- ▶ *„Es gibt drei Arten von Lügen: Lügen, infame Lügen und Statistiken.“*
(B. Disraeli)

- ▶ Täuschung durch falsche Angaben
- ▶ nichtrepräsentative Daten
- ▶ Nichtangabe unüblicher Definitionen oder erklärender Informationen
- ▶ Manipulation durch grafische Verzerrung
- ▶ ...

- ▶ Manipulation durch grafische Verzerrung: gezieltes Auseinanderziehen oder Zusammenschieben der Skalenwerte

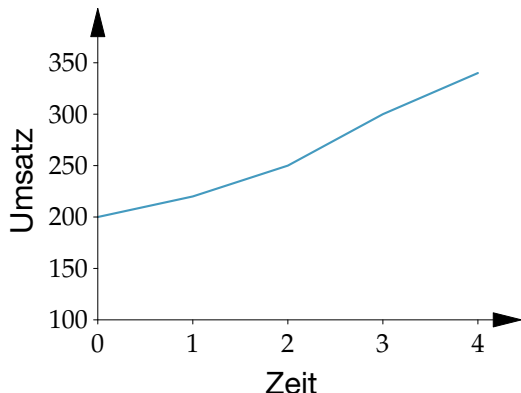
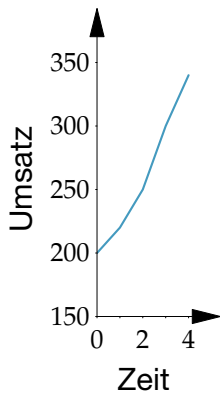


Abb.: Unterschiedliche Darstellungen derselben Daten

- ▶ *»Statistik ist die Kunst, Daten zu gewinnen, darzustellen, zu analysieren und zu interpretieren, um zu neuem Wissen zu gelangen.«*

(Aus: Hedderich u. a. 2015)

- ▶ Statistik basiert auf Daten.
- ▶ Daten sind durch Beobachtungen, Messungen, statistische Erhebungen ... gewonnene (Zahlen-)Werte.
- ▶ Daten sind wichtig, um Annahmen zu bewerten und neues Wissen zu entdecken.

i	Maßkrug Bier	Geschlecht	Einstiegs- gehalt	Noten im Studium
1	1	männlich	45 000	gut
2	0	weiblich	46 000	gut
3	3	männlich	38 000	schlecht
4	4	männlich	42 000	mittel
5	4	weiblich	47 000	mittel
6	2	weiblich	42 000	gut
7	0	weiblich	41 000	gut
8	3	männlich	45 000	schlecht
9	0	männlich	40 000	mittel
10	5	männlich	42 142	mittel

- ▶ **statistische Einheit:** Objekt, an dem interessierende Größen erfasst werden
 - ▶ z. B. Person, Wohnung, Baum ...
- ▶ **Grundgesamtheit:** Menge aller für die Fragestellung relevanten statistischen Einheiten
 - ▶ z. B. Personen mit Wohnsitz in Freising, Wohnungen in München, Bäume in Deutschland ...

- ▶ **Stichprobe:** tatsächlich untersuchte Teilmenge der Grundgesamtheit
 - ▶ z. B. zufällig ausgewählte Person aus Freising ...
- ▶ **Merkmal:** für eine Untersuchung relevante Größe
 - ▶ z. B. Alter, Nationalität ...
- ▶ **Merkmalsausprägungen:** mögliche oder beobachtete Werte eines Merkmals
 - ▶ z. B. $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$, $\{\text{deutsch, französisch, ...}\}$...



- ▶ **Datensatz:** Gesamtheit der in einer Untersuchung erhobenen Daten, inhaltlich zusammengehörig geordnet
 - ▶ Zeilen: statistische Einheiten
 - ▶ Spalten: Merkmale
 - ▶ Zellen: Merkmalsausprägungen



- ▶ Merkmale und ihre Ausprägungen können klassifiziert werden nach:
 - ▶ Kriterium der Zählbarkeit bzw. Messbarkeit
 - ▶ Anzahl der möglichen Ausprägungen
 - ▶ Skala, mit der ein Merkmal gemessen wird



- ▶ **qualitatives Merkmal:** Charakterisiert verschiedenartige Ausprägungen. Das heißt, Merkmalsausprägungen können lediglich Namen oder Klassenbezeichnungen zugeordnet werden.
 - ▶ z. B. Nationalität, Gebäudeart, Baumart ...
- ▶ **quantitatives Merkmal:** Ist zählbar bzw. messbar und wird durch Zahlen erfasst. Das heißt, das Merkmal kann in Mengeneinheiten (z. B. Stück) ausgedrückt werden oder besitzt eine messbare Dimension.
 - ▶ z. B. Alter, Miete, Durchmesser ...

- ▶ **diskretes Merkmal:** Nur endlich oder abzählbar unendlich viele Ausprägungen sind möglich.
 - ▶ z. B. Geschlecht, Zimmerzahl, Jahresringe ...
- ▶ **stetiges Merkmal:** Alle Werte eines Intervalls sind mögliche Ausprägungen (überabzählbar viele Ausprägungen).
 - ▶ z. B. Körpertemperatur, Quadratmeter, Länge ...

- ▶ **Nominalskala:** Ausprägungen sind Namen oder Kategorien ohne Rangfolge.
 - ▶ z. B. Religion, Nationalität, Verwendungszweck (beruflich/privat) ...
- ▶ **Ordinalskala:** Ausprägungen können geordnet, aber Abstände nicht interpretiert werden.
 - ▶ z. B. Zufriedenheit (groß, mittel, klein), Schulnoten, Tumorstadien ...

- ▶ **Intervallskala:** Ausprägungen sind Zahlen mit Abstandsmaß, aber ohne natürlichen, absoluten Nullpunkt. Verhältnisse von Abständen können nicht interpretiert werden.
 - ▶ z. B. Temperatur in Grad Celsius, Uhrzeit, Kalenderzeit ...
- ▶ **Verhältnisskala:** Ausprägungen sind nichtnegative Zahlen mit absolutem Nullpunkt, Verhältnisse können interpretiert werden.
 - ▶ z. B. Temperatur in Kelvin, Länge, Fläche, Volumen ...



Nominal-
skala

Ordinal-
skala

Intervall-
skala

Verhältnis-
skala

Verschiedenheit

Verschiedenheit

Verschiedenheit

Verschiedenheit

+

Rangordnung

+

Rangordnung

+

Rangordnung

+

Abstand

+

Abstand

+

Verhältnis

Abb.: Skalenniveaus und Aussage- bzw. Informationsgehalt
(Angepasst aus: Hedderich u. a. 2015)

- ▶ Die Skalierung von Merkmalen ist kein reiner Formalismus, sondern die Voraussetzung zum sachgerechten Einsatz statistischer Verfahren.
- ▶ Je höher das Skalenniveau, desto
 - ▶ feiner und objektiver ist die Ermittlung der Merkmalsausprägungen.
 - ▶ höher ist der Informationsgehalt der Merkmalsausprägungen.
 - ▶ höher ist das Analysepotential der statistischen Verfahren.

- ▶ Information nimmt zu:



Nominal-
skala

Ordinal-
skala

Intervall-
skala

Verhältnis-
skala

- ▶ Je höher das Skalenniveau, desto größer ist aber auch die Empfindlichkeit gegenüber Beobachtungs- oder Messfehlern.

- ▶ Es ist generell möglich, ein höheres Skalenniveau auf ein niedrigeres zu reduzieren.
 - ▶ Jede Verhältnisskala ist automatisch eine Intervallskala.
 - ▶ Die Intervallskala kann als eine Ordinalskala aufgefasst werden.
 - ▶ Die Nominalskala kann grundsätzlich jedem Merkmal zugeordnet werden.
- ▶ Bei statistischen Untersuchungen sollte immer ein möglichst hohes Skalenniveau angestrebt werden.



- ▶ Skalenniveau, Anzahl der möglichen Ausprägungen und Messbarkeit sind unabhängige Konzeptionen.
- ▶ In der Praxis sind nominal- und ordinalskalierte Merkmale meist qualitativ und diskret, intervall- und verhältnisskalierte Merkmale meist quantitativ und stetig.