

Grundlagen der Statistik

8. Übungsblatt

Aufgabe 1:

Zwei Spieler werfen eine faire Münze zweimal und schließen folgende Wette ab:

- Spieler A erhält von Spieler B zwei Euro, wenn zweimal Kopf erscheint, und einen Euro, wenn genau einmal Kopf erscheint.
- Spieler B erhält von Spieler A drei Euro, wenn kein einziges Mal Kopf erscheint.

Sei die Zufallsvariable $X =$ „Gewinn des Spielers A“.

- a) Welche Werte kann X annehmen, und wie groß sind die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten? (Tipp: Auch ein negativer Gewinn ist möglich.)
- b) Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$. Ist das Spiel fair?
- c) Berechnen Sie die Varianz $\text{Var}(X)$ und die Standardabweichung $\sigma(X)$.

Aufgabe 2:

In einer Klinik werden Patientinnen und Patienten für eine klinische Studie vorselektiert. Erfahrungsgemäß erfüllen nur 10% der Personen nach genauer Prüfung tatsächlich alle Ein- und Ausschlusskriterien. Jedes individuelle Screening, bei dem die Studienkoordination die Eignung zweifelsfrei feststellt, dauert 2 Stunden.

- a) Welche Verteilung eignet sich zur Beschreibung der Zufallsvariablen $X =$ „Anzahl der Screenings, bis zum ersten geeigneten Studienteilnehmenden“?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
 - i) die erste geeignete Person gerade nach vier nicht geeigneten Personen gefunden wird?
 - ii) innerhalb der ersten 5 Screenings zum ersten Mal eine geeignete Person gefunden wird?
 - iii) innerhalb der ersten 5 Screenings keine geeignete Person gefunden wird?
- c) Wie groß ist der erwartete Zeitaufwand bis zum Auffinden der ersten geeigneten Person?

Aufgabe 3:

Auf der Moodle-Seite des Kurses finden Sie unter „Schnelleinstieg Lernmaterialien“ die Datei `Fussball.csv`. Diese enthält unter anderem die erzielte Gesamtpunktzahl Y sowie den Etat X (in Millionen Euro) der 18 Fußball-Bundesligisten der Saison 2008/2009. Lösen Sie die folgenden Aufgaben in **R**.

- a) Lesen Sie die Daten unter dem Objektnamen `Fussball.df` ein.
- b) Stellen Sie die Daten in einem Streudiagramm dar.
- c) Bestimmen Sie die Kleinste-Quadrate-Schätzungen b_0 und b_1 für die Regression von Y auf X .
- d) Geben Sie die Regressionsgerade konkret an.
- e) Zeichnen Sie die Regressionsgerade in das Streudiagramm ein.
- f) Geben Sie das Bestimmtheitsmaß R^2 an.
- g) Erstellen Sie einen Residuenplot.